SECCIONES CÓNICAS

Circunferencia

La circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos P(x ; y) del plano que se encuentran a una distancia determinada r de un punto dado O(h ; k) de dicho plano (π)

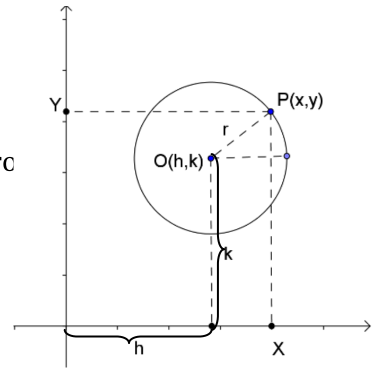
$$C(O,r)=\{P\in\pi\,/\,d(O,P)=r\}$$

Las coordenadas del centro O, que hemos designado (h, k) corresponden a un punto cualquiera del plano.

La distancia de O hasta P es

$$d(O,P)=\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2}=r$$

El radio r es la distancia desde cualquier punto de la circunferencia a su punto centro



Ecuación principal de la circunferencia

Hemos establecido que $r=\sqrt{(x-h)^2+(y-k)^2}$

Si elevamos al cuadrado resulta,

$$r^2=(x-h)^2+(y-k)^2$$

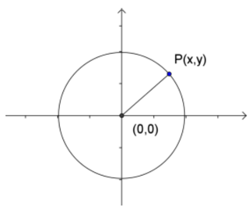
Esta expresión es la ecuación principal de la circunferencia, en la que h y k son las coordenadas del centro y r es su radio.

Ejemplo:

- Determinemos la ecuación principal de la circunferencia, cuyo centro es el punto (4,2) y su radio es 3.
  - Reemplacemos en la ecuación principal: h = 4, k = 2 y r = 3
  - Obtenemos: $(x-....)^2+(y-.....)^2=9$

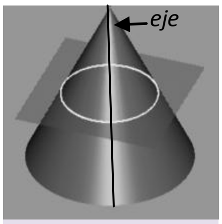
Ecuación de la circunferencia centrada en el origen

Si el centro de la circunferencia está en el origen del sistema cartesiano, sus coordenadas son h =0 y k = 0, por lo tanto la ecuación principal $(x-0)^2+(y-0)^2=r^2$ se reduce a:



$x^2+y^2=r^2$ llamada ecuación canónica de la circunferencia.

Ecuación general de la circunferencia



Si al plano que corta una superficie cónica, es perpendicular al eje, la sección es una circunferencia.

Consideramos la ecuación principal de la circunferencia

$$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

Desarrollemos los cuadrados de los binomios

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = r^2$$

Si ordenamos la ecuación obtenida, resulta

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

Si designamos: $-2h = D;\ -2k = E; h^2 - k^2 - r^2 = F$ obtenemos la expresión que corresponde a la ecuación general de la circunferencia:

$$x^2 + y^2 + Dx + Dy + F = 0$$

Ejemplo:

- Para determinar los coeficientes D, E y F de la ecuación general de la circunferencia de centro en el punto (2,5) y radio 6.
  - Reemplacemos en la ecuación principal: h = 2, k = 5 y r = 6.
  - Obtenemos $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 6^2$
  - Desarrollemos los cuadrados de los binomios

    $x^2 - \ldots\ldots x + \ldots\ldots + y^2 - \ldots\ldots y + \ldots\ldots = 36$
  - Ordenamos y tenemos la ecuación general de la circunferencia:

    $x^2 + y^2 - 4x - 10y - 7 = 0$
  - De donde obtenemos que: D =……; E = ……… y F =………..

De acuerdo a lo visto anteriormente, la ecuación de una circunferencia se puede escribir en su forma principal

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

O bien, en su forma general

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$

Determinación del radio y de las coordenadas del centro de una circunferencia

En la ecuación general de la circunferencia

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Una forma de calcular el radio y las coordenadas del centro de la circunferencia es mediante la complementación de cuadrados de binomio de la ecuación general para darle la forma principal.

Ejemplo:

- Consideramos la circunferencia de ecuación $2x^2+2y^2-4x+6y+3=0$. Calculemos su radio y las coordenadas del centro.

  - Si multiplicamos la ecuación por $\frac{1}{2}$ los coeficientes de x^2 e y^2 sean iguales a 1, como lo establece la ecuación general de la circunferencia.

$$\frac{1}{2}\left(2x^2+2y^2-4x+6y+3\right)=0.\frac{1}{2}$$

$$x^2+y^2-2x+3y+\frac{3}{2}=0$$

  - Agrupamos los términos según las variables:

$$x^2-2x+y^2+3y=-\frac{3}{2}$$

  - Ordenamos la ecuación para completar los cuadrados de binomio:

$$x^2-2x+y^2+3y+=-\frac{3}{2}$$

$$\underbrace{\left(x^2-2x+1\right)}+\underbrace{\left(y^2+3y+\frac{9}{4}\right)}_{\downarrow}=\underbrace{-\frac{3}{2}+1+\frac{9}{4}}$$

$$(x-1)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$$

que es la ecuación principal de la circunferencia dada.

Por lo tanto: $C(\ldots\ldots,\ldots\ldots)$ y $r=\ldots\ldots$

Elipse

La elipse es el lugar geométrico de todos los puntos P(x,y) cuya ubicación en el plano es tal que la suma de sus distancias de dos puntos fijos a él es constante.

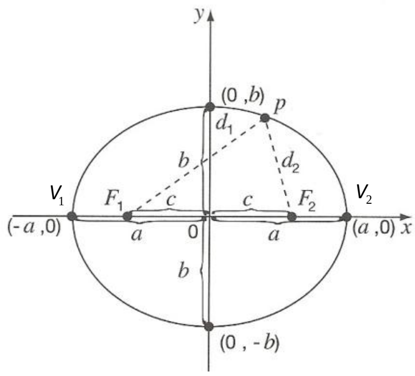
Esos dos puntos fijos del plano se llaman focos y se designan por F1 y F2.

d(P ; F1)+d(P ; F2)=constante

La ecuación canónica de la elipse es

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; \qquad a,b\in R$$

Los elementos más importantes de la elipse son:



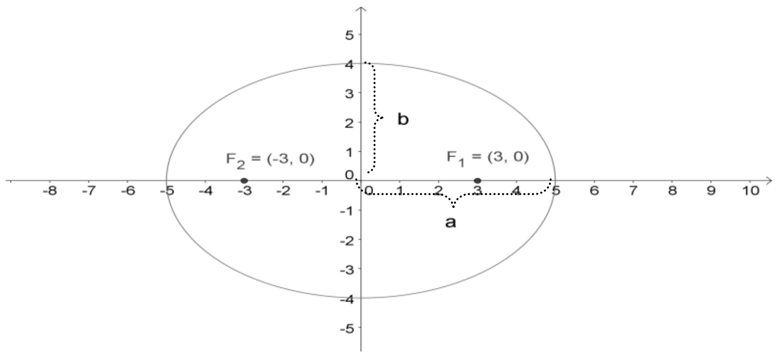
- Focos: puntos fijos F1 y F2
- Centro (0,0)
- Vértices $V_1; V_2$
- Eje mayor 2a
- Eje menor 2b
- La relación entre a, b y c es: $a^2=b^2+c^2$

<u>Ejemplo</u>:

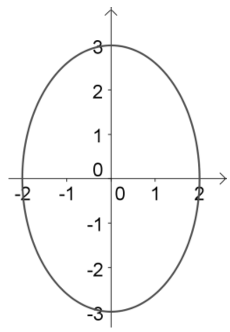
- Para hallar la ecuación de la elipse de focos $F_1=(3;0)$ y $F_2=(-3;0)$ cuyo eje mayor es 10, debemos:
    - Hallar el valor de a, si el eje mayor es 2a=10 => a=5
    - Hallar b, mediante la relación entre a ,b y c $a^2=b^2+c^2$

$$
\begin{aligned}
a^2 &= b^2 + c^2 \\
5^2 &= b^2 + 3^2 \\
25 - 9 &= b^2 \\
\sqrt{16} &= |b| \\
\pm 4 &= b \Rightarrow \boxed{b = 4}
\end{aligned}
$$

- Entonces la ecuación es $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$



- Para graficar la siguiente elipse $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ debemos:
    - Identificar a y b, en esta elipse el eje mayor es 9, por lo tanto a=.....y eje mejor es 4, entonces b=……...
    - Luego dibujamos ¿qué diferencia observas con respecto a la anterior?...……………………………………………



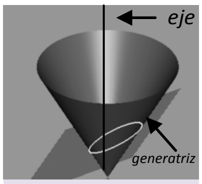
La ecuación principal de la elipse con centro en C (h ; k) es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1; \qquad a,b\in R$$

Desarrollando los cuadrados de binomio, ordenando la ecuación e igualando a cero, encontramos la ecuación equivalente, llamada ecuación general de la elipse:

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+F=0; \qquad A<B$$

Si el eje mayor es paralelo a eje y, la ecuación es de la forma:



Si al plano que corta una superficie cónica, lo inclinamos de modo que sea oblicuo con el eje y corte todas las generatrices, es una elipse.

$$\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1; \qquad a,b\in R$$

O su equivalente

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+F=0; \qquad A>B$$

<u>Ejemplo</u>:

- Para determinar los elementos de la elipse ecuación

$5x^2+9y^2-80x+54y+221=0$

- Ordenamos la ecuación para completar los cuadrados de binomio:

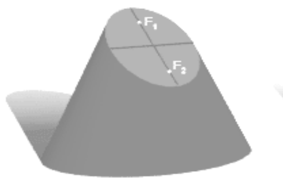
$5x^2+9y^2-80x+54y=-221$

$5\left(x^2+16x\right)-9\left(y^2+6y\right)=-221$ Agrupamos y sacamos factor común

$5\left(x^2-16x+64\right)+9\left(y^2+6y+9\right)=-221+320+81$

$5\left(x-8\right)^2-9\left(y+3\right)^2=180$ Dividimos ambos miembros por 180

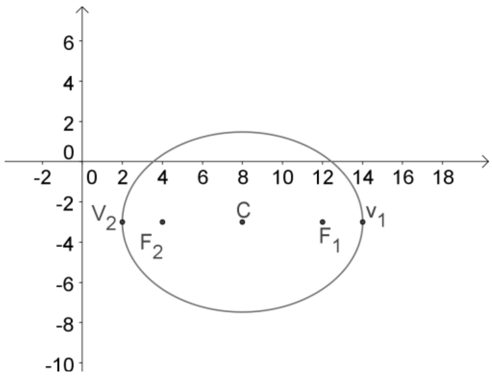
$$\frac{(x-8)^2}{36}-\frac{(y+3)^2}{20}=1$$



- Luego, h=8 y k=-3, entonces el centro es el punto C(8,-3)
- Además, $a^2=36\Rightarrow a=6 \qquad \wedge \qquad b^2=20\Rightarrow b=2\sqrt{5}$
- Como $a^2=b^2+c^2\Rightarrow c=4$
- Como esta elipse ha sido trasladada con respecto a su posición canónica, por lo tanto las coordenadas del foco son:
- $F_1(8+c,-3)\wedge F_2(8-c,-3)$

Entonces:

- Foco $F_1(12,-3) \wedge F_2(4,-3)$
- Vértice $V_1(14,-3) \wedge V_2(2,-3)$
- Eje mayor $2a = 2.6 = 12$
- Eje menor $2b = 2.2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$



<u>Hipérbola</u>

La es el lugar geométrico de todos los puntos P(x, y) del plano ubicados de tal manera, que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos de él, es constante.

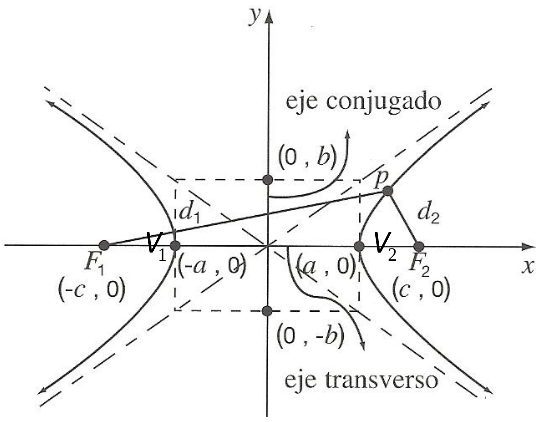
Estos dos puntos fijos del plano se llama………………………..…y se designan por F1 y F2.

|d(P,F1)-d(P,F2)|=constante

La ecuación canónica de la elipse es

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1; \qquad a, b \in R$$

Los elementos más importantes de la hipérbola son:



- Focos: puntos fijos F1 y F2
- Centro (0,0)
- Vértices $V_{1;}V_2$
- Eje real o transverso 2ª
- Eje imaginario o conjugado 2b
- Asíntotas A_1, A_2 de la hipérbola son rectas que pasan por el origen (0,0) y los puntos (a, b) y (-a ,b), respectivamente.

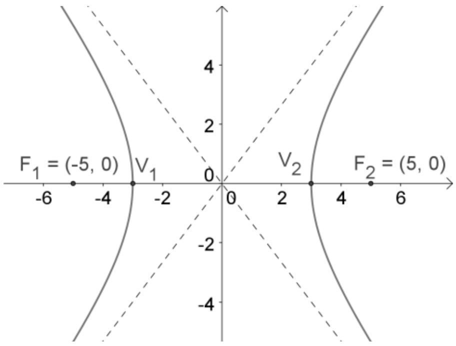
  Sus ecuaciones son: $y = \frac{b}{a}x \quad \wedge \quad y = -\frac{b}{a}x$

- La relación entre a, b y c es: $a^2+b^2=c^2$

Ejemplo:

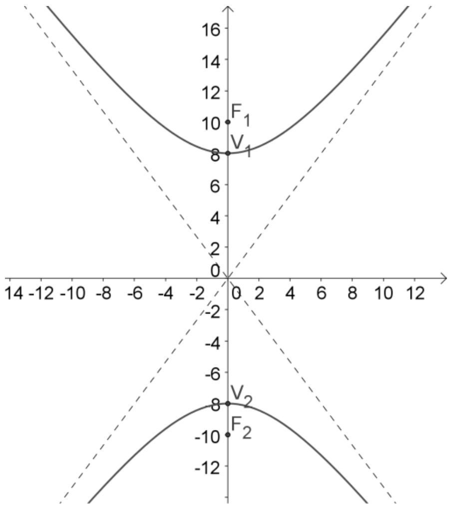
- Para determinar los elementos de la hipérbola de ecuación $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

  - Como la ecuación es $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ tenernos que $a^2=9 \Rightarrow a=3 \quad \wedge \quad b^2=16 \Rightarrow b=4$, además $c^2=a^2+b^2 \Rightarrow c=5$



  - De modo que, las coordenadas de los focos son $F_2(5,0) \wedge F_1(-5,0)$
  - Eje real 2.a=2.3=6
  - Eje imaginario 2.b=2.4=8
  - Vértices (3,0) y (-3,0)
  - Asíntotas $y=\frac{b}{a}x \Rightarrow y=\frac{4}{3} \quad \wedge \quad y=-\frac{b}{a}x \Rightarrow y=-\frac{4}{3}$

- Para determinar la ecuación de la hipérbola de focos (0; 10) y (0;-10) y semieje imaginario 6
  - De las coordenadas de los focos deducimos que coincide con el eje y, por lo tanto, la ecuación es de la forma $\frac{x^2}{....^2}-\frac{y^2}{.....^2}=1$
  - De las coordenadas de los focos obtenemos que c =……
  - El semieje imaginario es b, entonces b =……………
  - Y por la propiedad pitagórico $c^2=a^2+b^2 \Rightarrow a=8$
  - La ecuación pedida es $\frac{x^2}{....^2}-\frac{y^2}{.....^2}=1$



La ecuación principal de la hipérbola con centro en C(h ;k) es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1;$$

Desarrollando los cuadrados de binomio, ordenando la ecuación e igualando a cero, encontramos la ecuación equivalente, llamada ecuación general de la hipérbola:

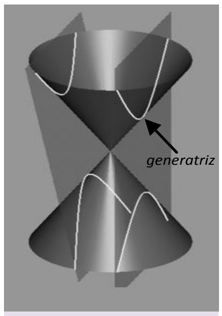
$$Ax^2-By^2+Cx+Dy+F=0$$

Si el eje mayor es paralelo a eje y, la ecuación es de la forma:

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

O su equivalente

$$-Ax^2+By^2+Cx+Dy+F=0$$



Si al plano que corta una superficie cónica, lo inclinamos de modo que sea paralelo generatriz, resulta una curva con dos ramas llamada hipérbola.

Ejemplo:

- Para determinar los elementos de la elipse ecuación

$$9x^2-16y^2-36x-32y-124=0$$

- Ordenamos la ecuación para completar los cuadrados de binomio:

$$9x^2-16y^2-36x-32y=124$$

$9(x^2-4x)-16(y^2+2y)=124$ Agrupamos y sacamos factor común

$$9(x^2-4x+4)-16(y^2+2y+1)=124+36-16$$

$9(x-2)^2-16(y+1)^2=144$ Dividimos ambos miembros por 144

$$\frac{(x-2)^2}{16}-\frac{(y+1)^2}{9}=1$$

- Luego, h = 2 y k = - 1, entonces el centro es el punto C(2,-1)

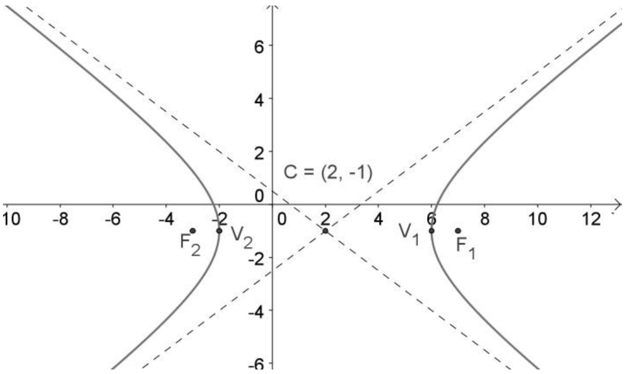
- Además, $a^2=16\Rightarrow a=4 \quad \wedge \quad b^2=9\Rightarrow b=3$

- Como $c^2=a^2+b^2\Rightarrow c=4$

- Como esta elipse ha sido trasladada con respecto a su posición canónica, por lo tanto las coordenadas del foco son: $F_1(2+c,-1)\wedge F_2(2-c,-1)$

Entonces:

- Foco $F_1(7,-1) \wedge F_2(-3,-1)$



- Vértice $V_1(6,-1) \wedge V_2(-2,-1)$
- Eje mayor $2a = 2.4 = 8$
- Eje menor $2b = 2.3 = 6$
- Asíntotas

$$y - k = \pm\frac{b}{a}(x - h) \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{2} \quad \wedge \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$$

Parábola

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos P(x,y) del plano que equidistan de un punto fijo (F) llamado foco y de un recta fija llamada directriz (D).

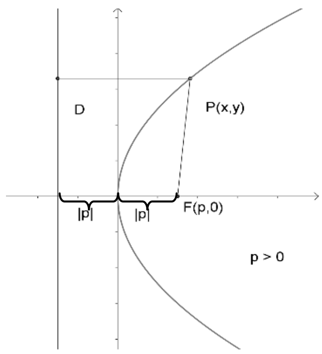
d(P ; F) = d(P ; D) = constante

Los elementos más importantes de la parábola son:

- Foco es un punto fijo F
- Directriz es un recta fija D
- Parámetro es la distancia del foco a la directriz y se designa por 2|p|
- Vértice es el punto de intersección de la parábola con su eje de simetría

Ecuación de la parábola con vértice en el origen

Supongamos que el foco se encuentra en el eje x, y el vértice está en el origen de coordenadas.



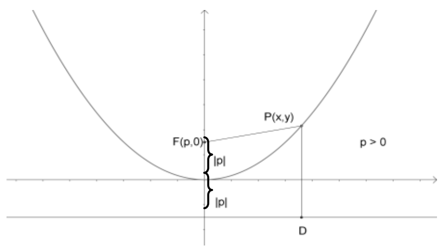
- Las coordenadas del foco es : (p,0)
- Y la directriz tiene como ecuación : x = - p
- Por lo tanto la ecuación canónica es:

$$y^2 = 4px$$

En forma análoga,

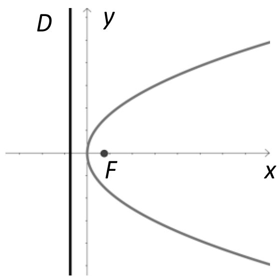
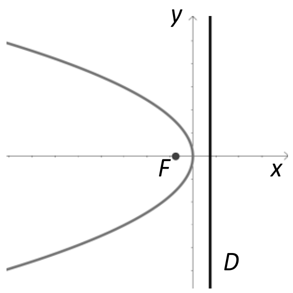
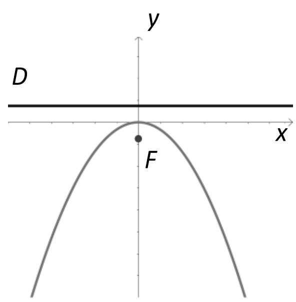
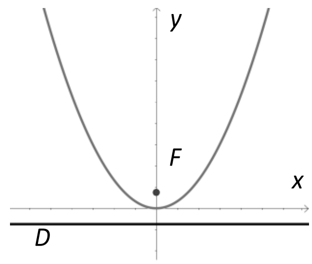
Si el eje de simetría de la parábola coincide con el eje y, la parábola tiene el foco sobre el eje y.

- Las coordenadas del foco es : (0,p)
- Y la directriz tiene como ecuación : y= - p
- Por lo tanto la ecuación canónica es:



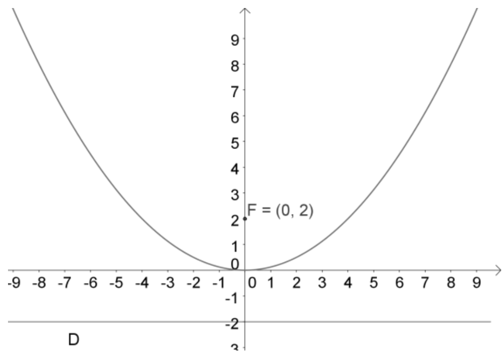
$$x^2 = 4py$$

Importante:

$y^2 = 4px$		$x^2 = 4py$	
F(p,0) ; D: x=-p; p > 0 Su concavidad se orienta hacia la derecha	F(p,0) ; D :x=-p; p < 0 Su concavidad se orienta hacia la izquierda	F(0, p) ; D: y=-p; p < 0 Su concavidad se orienta hacia la abajo	F(0, p) ; D: y=-p; p > 0 Su concavidad se orienta hacia la arriba
			

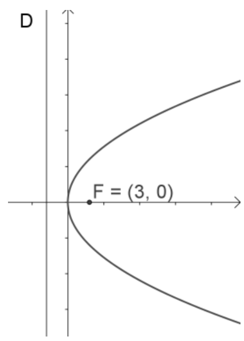
Ejemplo:

- Para determinar los elementos de la parábola de ecuación $x^2 = 8y$ debemos:
  - Como la ecuación es de la forma $x^2 = 4py$ entonces 4p = …………..
  - Se deduce que p=…………..
  - Como p > 0 y el foco está en el eje y, la curva tiene su concavidad hacia……………………..
  - La coordenadas del foco es (0 ; p) entonces F(….. , ……)



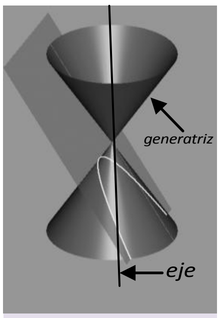
- Para determinar la ecuación de una parábola de foco F(3,0) y directriz x+3 = 0 debemos:
  - De la coordenadas del foco deducimos que el foco se encuentra en el eje ………….. y que p =…….
  - La curvatura de la curva tiene su concavidad hacia………………., p ….0
  - La ecuación es de la forma: ………………

- La ecuación pedida es: ……………………….



La ecuación principal de la parábola con centro en C(h ;k) es:

$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$



Si al plano que corta una superficie cónica, lo inclinamos de modo que sea oblicuo con el eje y para lelo con la generatriz, resulta una parábola

Desarrollando el cuadrado de binomio, ordenando la ecuación e igualando a cero, encontramos la ecuación equivalente, llamada ecuación general de la parábola:

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Si el foco es paralelo a eje y, la ecuación es de la forma:

$$(x-h)^2 = 4p\ (y-k)$$

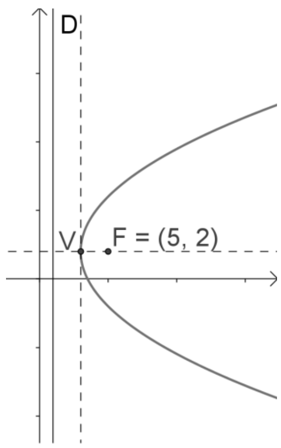
O su equivalente

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$

<u>Ejemplo</u>:

- Para determinar los elementos de la parábola dada en forma de ecuación general se debe:

$$y^2 - 4y - 8x + 28 = 0$$



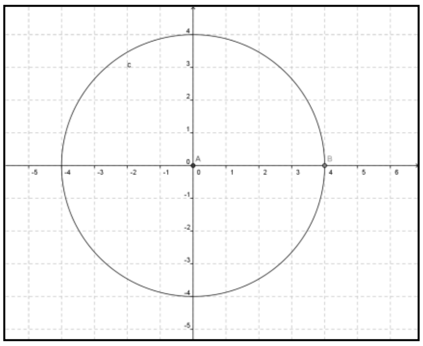
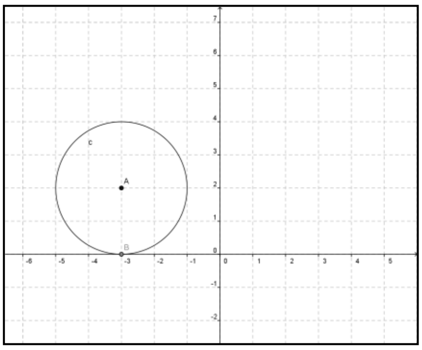
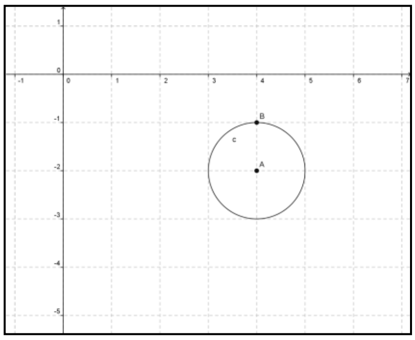
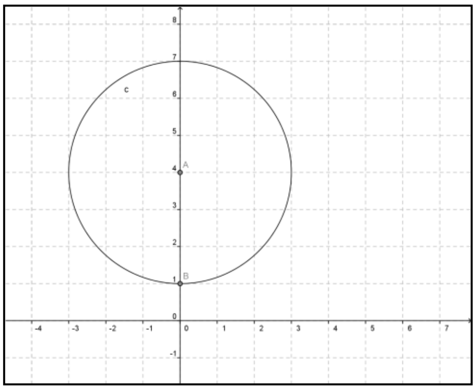
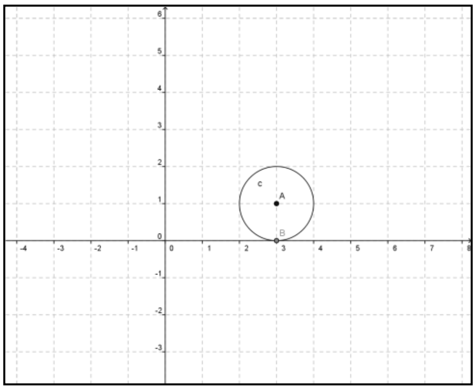
  - Ordenar la ecuación para completar el cuadrado de binomio
    $$y^2 - 4y = 8x - 28$$
    $$y^2 - 4y + 4 = 8x - 28 + 4$$
    $$(y-2)^2 = 8x - 24$$
    $$(y-2)^2 = 8(x-3)$$
  - Luego, h = ………….; k =…………..
  - Entonces el vértice es el punto V (…….. ; ………..)
  - Como la parábola ha sido trasladas, las coordenadas de sus focos son (3+p ; 2+0)=(……….. ; ……..)
  - La ecuación de la directriz es D: x= - p + h =…………………… = 1 => D: x = …………

SECCIONES CÓNICAS- PRÁCTICA

1) En cada una de las ecuaciones de circunferencia que se dan a continuación, identificar las coordenadas del centro y el radio:

a) $(x+2)^2+(y-3)^2=16$
b) $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
c) $(x+\frac{1}{2})^2+(y-5)^2=1$
d) $(x+4)^2+(y+3)^2=3$
e) $(x-\frac{2}{5})^2+(y+\frac{4}{3})^2=9$
f) $x^2+(y-3)^2=2$
g) $(x+2)^2+y^2=81$
h) $x^2+y^2=16$
i) $(x+\sqrt{2})^2+(y)^2=1$
j) $(x+2)^2+y^2=5$

2) En cada una de las circunferencias graficadas, escribir las coordenadas del centro y el radio, y luego escribir la ecuación que la identifica:

3) Hallar en cada caso, la ecuación de una circunferencia que verifique las condiciones pedidas:

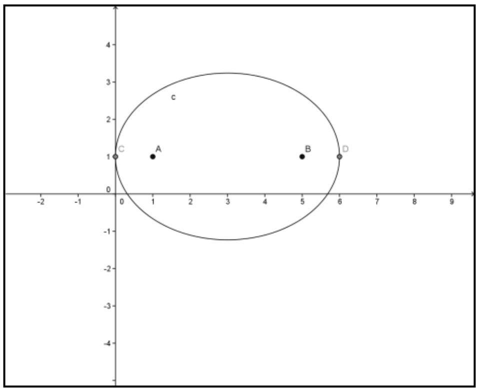
a) Su centro esté en el punto C (3, 2) y su radio sea 4
b) Su centro esté en el punto C (-1, 6) y su radio sea 2
c) Su centro esté en el punto C ($\frac{2}{3}$, -4) y su radio sea $\sqrt{2}$
d) Su centro esté en el punto C (-3, $-\frac{1}{2}$) y su radio sea $\frac{2}{5}$
e) Sea concéntrica con la circunferencia de ecuación $(x+4)^2+(y+3)^2=3$ y tenga radio 2
f) Tenga su centro en el punto de coordenadas (-2,5) y pase por el punto P (2,1)
g) Su centro esté en el punto C (1,5) y pase por el punto Q (-3,2)

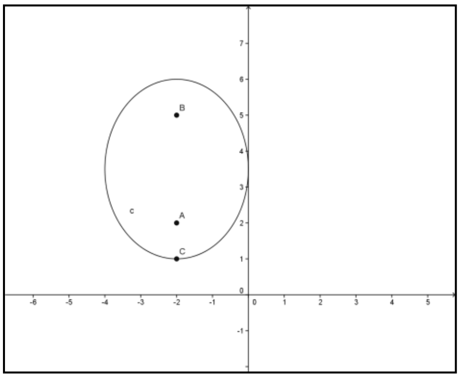
h) Su centro esté en el punto C (-2,3) y sea tangente al eje de las abscisas
i) Tenga por diámetro al segmento $\overline{PQ}$ siendo P (-6, 6) y Q (2,0)
j) Su centro esté en el punto C (-1,4) y sea tangente al eje de las ordenadas
k) Cuyo diámetro sea el segmento que une los puntos A (-3,-3) y B (3. 3)
l) Tiene su centro en el punto de intersección de la recta x+y+1=0 con la recta x+3y+3=0
m) Su centro sea el punto C (-2,3) ¿Cuántas circunferencias existen con esta condición?

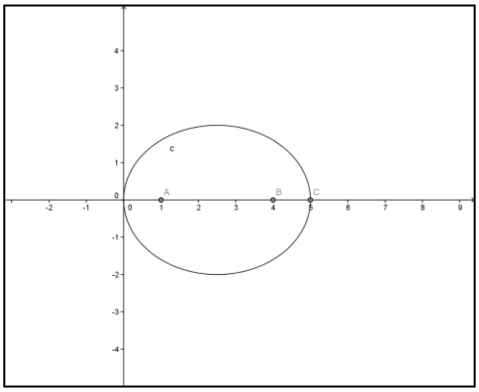
4) Determinar en cada caso, las coordenadas del centro , de los vértices, la longitud del eje mayor , la longitud del eje menor , las coordenadas de los focos, la excentricidad y si el eje focal es paralelo al eje de las abscisas o al eje de las ordenadas. Representarlas gráficamente

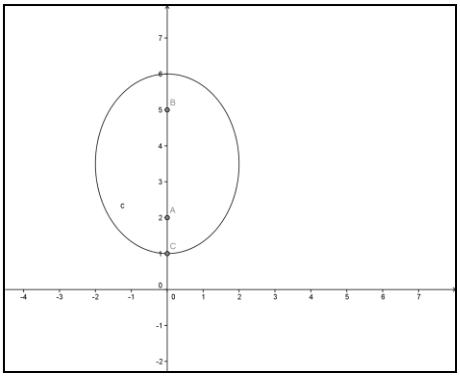
n) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$
o) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$
p) $\frac{(x-1)^2}{10}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$
q) $\frac{(x-2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$
r) $\frac{x^2}{4}+\frac{(y-4)^2}{16}=1$
s) $x^2+\frac{(y-6)^2}{9}=1$
t) $\frac{x^2}{4}+y^2=1$
u) $\frac{(x-1)^2}{10}+\frac{(y-3)^2}{9}=1$
v) $2x^2+y^2=4$
w) $x^2+3y^2=9$

5) Construir una ecuación de una elipse que se ajuste al gráfico presentado en cada caso:









6) Determinar en cada inciso, la ecuación de la elipse que cumpla las condiciones pedidas:

a) La longitud del eje mayor sea 10 unidades y uno de sus vértices esté en el punto (0,4)
b) Sus focos estén en los puntos (-5,0) y (5,0) y su eje menor mida 2 unidades
c) Un vértice sea el punto (-2,0) y uno de sus focos esté en el punto (0,1)
d) El eje mayor mida 10 unidades y los focos estén sobre el eje de las abscisas, a 6 unidades de distancia entre sí
e) Esté centrada en el origen de coordenadas, uno de sus focos en el punto (0,8) y uno de sus vértices esté en el punto (0,-10)
f) Los focos estén en los puntos (2,0) y (-2,0) y su semieje menor mida 3 unidades.
g) Sus focos estén en los puntos (5,-1) y (5,5) y su semieje menor mida 2 unidades
h) Su centro sea el origen de coordenadas, su eje mayor esté sobre el eje x, su excentricidad sea $e = \frac{1}{2}$ y pase por el punto (1,2)

7) Encontrar las ecuaciones principal y general de cada circunferencia a partir de los datos que se indican.

a) Centro (-3, 1) y radio 4.
b) Centro (0,7) y radio $\sqrt{7}$
c) Centro (-6,4) y diámetro 12.
d) Centro (2,-1) y pasa por A (-1,4).
e) Los extremos de un diámetro son A (-2,6) y B (8,-4).
f) Centro (5,12) y pasa por el punto (0,0).
g) Centro en el origen (0,0) y pasa por A (8,0).
h) Los puntos A (8,-2), B (7,1) y C (6,2) pertenecen a ella.

8) Encontrar las coordenadas del centro y el radio de las siguientes circunferencias:

a) $X^2 + y^2 - 6x + 2y - 5 = 0$
b) $X^2 + y^2 - 10x = 0$
c) $3x^2\ 3y^2 - 5x = 0$
d) $X^2 + y^2 - x + 3y - 10 = 0$
e) $X^2 + y^2 - 8y = 0$

9) Encontrar la ecuación de la circunferencia de radio 2, concéntrica con la circunferencia de la ecuación

$$X^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$$

10) Deducir si las siguientes ecuaciones representan la ecuación de una circunferencia:

a) $X^2 + y^2 - 8x + 10y + 12 = 0$
b) $X^2 + y^2 = 0$
c) $5x^2 + 5y^2 - 8 = 0$
d) $X^2 + y^2 - 7x + 8y = 0$
e) $X^2 + y^2 - 2x - y = 0$
f) $X^2 + y^2 = 64$

11) Determinar, si existe, el valor $k \in R$ para la ecuación $X^2 + y^2 - 10x + 8y + k = 0$ represente una circunferencia de radio 8.

12) En las siguientes ecuaciones encontrar los focos y los vértices de la elipse. Graficar cada caso.

$a)\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ $b)x^2+\frac{y^2}{16}=1$ $c)9x^2+16y^2=144$

13) Hallar la ecuación de la elipse con vértice $(\pm 8,0)$ y focos $(\pm\sqrt{15},0)$. Trazar la gráfica correspondiente.

14) Calcular la ecuación de la elipse, conociendo los siguientes elementos:

a) $F_1(0,2)$; $F_2(0,-2)$; a=4 b) $F_1(5,0)$; $F_2(-5,0)$; eje mayor =26

15) Determinar los elementos de cada una de las siguientes elipse y graficar.

a) $9x^2+25y^2+18x+50y-191=0$ b) $36x^2+11y^2+144x+44y-208=0$
c) $3x^2+4y^2+27x-16y+48=0$ d) $x^2+4y^2-4x-8y-92=0$

16) Calcular los elementos de las siguientes hipérbolas y graficar:

$a)\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$ $b)\frac{y^2}{64}-\frac{x^2}{9}=1$

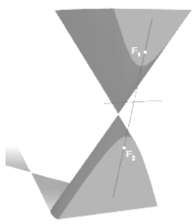
17) Encontrar la ecuación d la hipérbola que satisface las siguientes condiciones y graficar:

a) Focos $(\pm 5,0)$ y a = 3

b) Focos $(\pm 10,0)$ y b = 3

18) Las hipérbolas $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1; \frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ se llaman conjugadas, son aquellas en que el eje real de una es el eje imaginario de la otra. Hallar la ecuación de la hipérbola conjugada de $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ y determinar cómo son sus asíntotas.

19) Determinar los elementos de cada una de las siguientes elipse y graficar.



a) $9x^2-25y^2+18x+50y-241=0$ b) $9x^2-16y^2-18x+32y-151=0$
c) $3x^2-4y^2+3x+16y-18=0$ d) $3x^2-y^2+6y-6x-27=0$

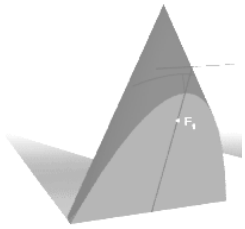
20) Explicar en qué casos la parábola puede ser el gráfico de un función cuadrática y=f(x)

21) Determinar los elementos de la parábola y graficar:

$a)x^2=y$ $b)y^2-16x=0$ $c)x^2=6y$ $d)3y^2-12x=0$

22) Determinar la ecuación de la parábola, dados los siguientes elementos:
a) F(6,0) D: x=-6
b) F(0,-3) D: y=3
c) F(8,0) D: x+8 = 0

23) Calcular los elementos de la parábola cuya ecuación es:



$a) y^2 - 6y - 4x + 17 = 0$ $\qquad$ $b) x^2 - 4x - 2y + 10 = 0$

$c) x^2 - 4x - 6y + 13 = 0$ $\qquad$ $d) y^2 + 6y + 2x + 4 = 0$